

La misura del disordine

Dall'equazione di Boltzmann ai buchi neri

di Stefano Giusto



a.

La tomba di Ludwig Boltzmann (1844-1906), nel cimitero centrale di Vienna, Austria.

L'importanza dell'equazione $S = k \log W$ non potrà sfuggire a chiunque visiti la tomba del suo scopritore, Ludwig Boltzmann: essa è infatti indelebilmente incisa nel marmo della lapide tombale. L'equazione cattura una relazione, profonda e sorprendente, tra realtà macroscopica e microscopica. S è l'*entropia*, grandezza fisica che compare in entrambe le leggi fondamentali della termodinamica, espressione delle proprietà generali dei sistemi macroscopici, cioè di quei sistemi costituiti da un numero molto grande di costituenti elementari. Sono sistemi macroscopici un gas, una scheggia di vetro o una qualunque porzione non artificialmente piccola della materia che ci circonda. Nella nostra percezione tipica

della realtà fisica, basata su un'osservazione grossolana, i sistemi macroscopici sono descritti da un numero ridotto di grandezze fisiche, quali la temperatura e il volume. La conoscenza di queste quantità termodinamiche è sufficiente per determinare l'entropia o qualunque altra proprietà grossolanamente rilevabile del sistema macroscopico. Ma questo piccolo numero di variabili non è sufficiente per caratterizzare accuratamente il sistema, cioè per individuare precisamente lo stato di tutti i suoi costituenti elementari. Esiste tipicamente un numero molto grande di configurazioni microscopiche descritte dagli stessi parametri termodinamici: per esempio, un bicchiere d'acqua a una data temperatura può

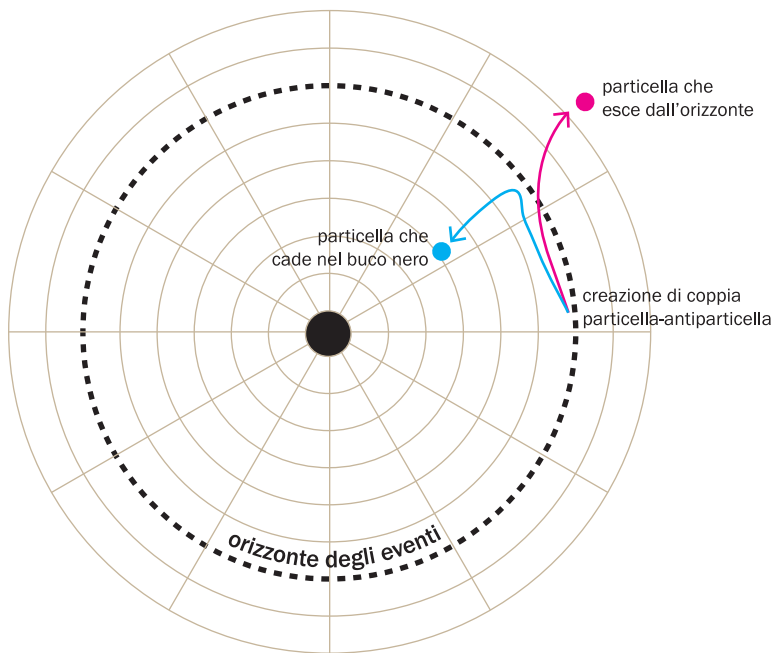
corrispondere a una qualunque tra dieci elevato a dieci elevato a 25 possibili micro-configurazioni, o *microstati*. Questo numero è il W che compare al secondo membro della nostra equazione. La costante k è la stessa che compare nell'equazione descritta nell'articolo precedente (vd. p. 32, ndr) ed esprime il fattore di proporzionalità tra l'energia media di ogni grado di libertà elementare del sistema macroscopico e la sua temperatura. Nonostante porti il nome di Boltzmann, non fu lui, ma probabilmente Max Planck, il primo a determinarne il valore. In effetti, l'equazione incisa sulla lapide tombale non fu mai scritta dal fisico austriaco in quella forma. La sostanziale attribuzione a Boltzmann della formula è però indiscussa. Si deve

certamente a suoi lavori l'intuizione che l'entropia conta il numero di stati microscopici possibili per un certo stato macroscopico. Alla luce di questo, uno stato di entropia maggiore ha una probabilità enormemente più grande di realizzarsi di uno stato di minore entropia, ed è per questo che nei processi fisici si osserva sempre un aumento di entropia, come espresso nella seconda legge della termodinamica. L'intuizione che la seconda legge abbia un'origine probabilistica e non sia derivabile esclusivamente dalle leggi della meccanica è strabiliante, se si pensa che è stata formulata in un periodo in cui neppure l'esistenza dei costituenti elementari della materia, atomi e molecole, era ancora universalmente accettata. È altrettanto strabiliante che, dopo più di un secolo, l'equazione di Boltzmann giochi ancora un ruolo centrale nello sviluppo della fisica teorica: fornendo un legame tra proprietà microscopiche e macroscopiche di un sistema, può rappresentare uno stringente vincolo di coerenza per una teoria. Un ambito sorprendente dove questa equazione sta giocando un ruolo cruciale è nello studio teorico dei buchi neri, e dunque nello sviluppo di una teoria coerente di gravità quantistica (vd. in *Asimmetrie* n. 17 p. 4, ndr). A prima vista un buco nero ha poco a che spartire con un sistema termodinamico: la relatività generale descrive un buco nero come una soluzione classica caratterizzata da una singolarità centrale e da un orizzonte degli eventi da cui nessun segnale può sfuggire, e non offre certamente motivi per pensare che sia formato da un numero molto grande di costituenti microscopici. Eppure il fisico Jacob Bekenstein ha fatto notare che, per essere in accordo con la seconda legge

della termodinamica, un buco nero debba possedere un'entropia. Quando un qualunque corpo macroscopico, con un'entropia S , viene inghiottito dall'orizzonte di un buco nero, l'entropia del mondo esterno all'orizzonte diminuisce di S . Il buco nero nello stato finale, d'altra parte, appare molto simile a prima, soltanto un po' più grande e massiccio, avendo inglobato la massa del corpo. Si può infatti provare che la geometria di un buco nero è unicamente determinata dalla sua massa e da eventuali altre *cariche globali*, quantità che giocano il ruolo di variabili termodinamiche per il buco nero. Poiché l'entropia dell'universo non può diminuire, è necessario ammettere che l'entropia del buco nero sia aumentata. Poiché l'unica variazione nel buco nero, dopo aver inglobato il corpo con entropia S , è un aumento dell'area dell'orizzonte, l'entropia e l'area dell'orizzonte devono essere proporzionali. Se S è non nulla, la formula di Boltzmann richiede che W sia maggiore di uno (il logaritmo di 1 infatti è zero e W non può essere minore di uno, poiché corrisponde al numero di stati microscopici). In effetti, ad esempio, il numero di microstati previsto per un buco nero con la massa del Sole è esorbitante: 10 elevato alla 10 elevato alla 77! Però nella descrizione classica dei buchi neri secondo la teoria della relatività generale non vi è nessuna traccia di microstati.

b.
Illustrazione artistica dei dintorni del buco nero supermassiccio nella galassia NGC 3783.





c. Rappresentazione semplificata del processo di emissione della radiazione di Hawking: in prossimità dell'orizzonte degli eventi, le fluttuazioni quantistiche possono creare una coppia particella-antiparticella, di cui una può raggiungere l'infinito ed essere rivelata come radiazione, mentre l'altra viene assorbita nel buco nero.

Il problema si infittisce alla luce del celebre risultato di Stephen Hawking, che ha mostrato che i buchi neri non sono del tutto “neri”, ma che emettono una radiazione termica, come ogni corpo macroscopico a una temperatura superiore allo zero assoluto, chiamata in suo onore *radiazione di Hawking*. Nel caso dei buchi neri ciò avviene perché, in prossimità dell'orizzonte degli eventi, le fluttuazioni quantistiche possono creare una coppia di particelle, di cui una può raggiungere l'infinito ed essere rivelata come radiazione, mentre l'altra viene assorbita nel buco nero. Attraverso questo meccanismo il buco nero perde massa, che viene trasportata al di fuori dalle particelle emesse, e poco alla volta “evapora”. L'aspetto cruciale del calcolo di Hawking è catturato dalla forma dello stato quantistico che descrive la coppia prodotta: questa costituisce uno stato *entangled* (vd. in *Asimmetrie* n. 16 p. 36, ndr), in cui lo stato della particella uscente è correlato con quello della particella che cade nel buco nero. L'estrapolazione di questo risultato allo stadio finale dell'evaporazione del buco nero è paradossale: infatti, ciò che resta è la sola radiazione uscente, che, non può più essere correlata con nulla, dato che il buco nero è scomparso. Di conseguenza, non si può attribuire alla

radiazione emessa uno stato quantistico definito, ma solo assumere che essa possa trovarsi in un numero grande di stati possibili, associato, dalla formula di Boltzman, a un'entropia. Questa entropia non è che un'altra manifestazione della misteriosa entropia di Bekenstein, e la soluzione del paradosso di Hawking non può dunque prescindere dalla comprensione di tale entropia e dei microstati a essa associati.

Negli anni questo rompicapo si è rivelato sorprendentemente ostico e stimolante. Recentemente, soprattutto grazie alle osservazioni di Samir Mathur, sono state

isolate le alternative possibili per evitare il paradosso: o nuovi effetti introducono inaspettate correlazioni tra l'interno e l'esterno dell'orizzonte o si modifica la natura *entangled* della coppia di particelle emessa. Questa seconda ipotesi è possibile solo al prezzo di modificare drasticamente la geometria dell'orizzonte di un buco nero rispetto a quella predetta dalla relatività generale. Quale sia la natura di queste modifiche è ancora oggetto di aperto dibattito: forse l'orizzonte non è un luogo pacifico, come Einstein ci farebbe pensare, ma è circondato da un muro di fuoco (vd. in *Asimmetrie* n. 14 p. 35, ndr).

Biografia

Stefano Giusto è professore nel dipartimento di Fisica e Astronomia dell'Università di Padova. Dopo aver conseguito il dottorato presso l'Università di Genova, ha ricoperto incarichi di ricerca presso varie istituzioni italiane e internazionali, tra cui la Ohio State University, dove ha lavorato con il prof. S. Mathur sul problema dell'informazione nei buchi neri.

Link sul web

<http://www.eoht.info/page/S+%3D+k+ln+W>

<http://www.physics.ohio-state.edu/~mathur/infopublic/main.html>

<http://profmattstrassler.com/articles-and-posts/relativity-space-astronomy-and-cosmology/black-holes/black-hole-information-paradox-an-introduction/>